



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 21.02.2016

Clasa a VI-a

Barem de corectare și notare

### SUBIECTUL 1

- a)  $3(a + 139) : 3, 3a^2 : 3, 2016 : 3 \Rightarrow 3/b, b - \text{prim} \Rightarrow b=3$  .....1p  
 Inlocuire,  $a^2 - a = 812$  ..... 1p  
 $a(a - 1) = 812 = 29 \cdot 28 \Rightarrow a = 29$  ..... 1p
- b)  $a^{29b} = 29^{87} = 29^{86} \cdot 29 = (29^{43})^2 \cdot (2^2 + 3^2 + 4^2)$  .....1p  
 $a = (29^{43} \cdot 2)^2 + (29^{43} \cdot 3)^2 + (29^{43} \cdot 4)^2$  ..... 1p
- c)  $a^b = 29^3 = (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 29) = 29x + 29 \cdot 15$  .....1p  
 $x + 15 = 29^2 \Rightarrow x = 826 \Rightarrow a^b = 827 + 828 + \dots + 855$  .....1p

### SUBIECTUL 2

- $91 = 7 \cdot 13$  și  $(7 ; 13) = 1$  ..... 1p  
 $2016 = 7 \cdot 288 = 13 \cdot 155 + 1, 2015 = 7 \cdot 288 - 1 = 13 \cdot 155$  și  $64 = 7 \cdot 9 + 1 = 13 \cdot 5 - 1$  .....2p
- Atunci  $A = (7 \cdot 288)^n + (7 \cdot 288 - 1)^n + (7 \cdot 9 + 1)^n = M_7 + M_7 - 1^n + M_7 + 1^n = M_7$  .....2p  
 $A = (13 \cdot 155 + 1)^n + (13 \cdot 155)^n + (13 \cdot 5 - 1)^n = M_{13} + 1 + M_{13} + M_{13} - 1 = M_{13}$  .....1p  
 $7 / A, 13 / A, (7 ; 13) = 1 \Rightarrow 91 / A$  ..... 1p

### SUBIECTUL 3

- a) Dacă  $AB = x, BC = y, CD = z$  avem :  
 $5x = 9(x + y) - 4(x + y + z)$  .....1p  
 $5x = 9(x + y) - 4(x + 18) \Rightarrow y = 8$  și  $z = 10 \Rightarrow BC = 8\text{cm}$  și  $CD = 10\text{cm}$  ..... 2p
- b)  $PE \perp (BC)$  și  $BE \perp (AC) \Rightarrow AP > AB$  .....1p  
 $\frac{x + y + z}{2} > x \Rightarrow x < y + z$
- $x < 18 \Rightarrow x + y + z < 18 + y + z \Rightarrow AD < 36$  .....2p  
 AD număr natural , AD maxim  $\Rightarrow AD = 35\text{cm}$  .....1p

### SUBIECTUL 4

- Construim  $A_1$ -simetricul lui A față de M și  $A'_1$ -simetricul lui A' față de M' ..... 1p  
 $\Delta AMB \equiv \Delta A_1MC(LUL) \Rightarrow [AB] \equiv [A_1C]$  .....1p  
 și  $\Delta A'B'M' \equiv \Delta A'_1C'M' \Rightarrow [A'B'] \equiv [A'_1C']$  .....1p  
 dar  $[AB] \equiv [A'B']$ , deci  $[A_1C] \equiv [A'_1C']$  .....1p  
 $\Delta ACA_1 \equiv \Delta A'C'A'_1(LL) \Rightarrow \angle MAC \equiv \angle M'A'C'$  .....1p  
 $\Rightarrow \angle MAC \equiv \angle M'A'C' \Rightarrow [MC] \equiv [M'C']$  .....1p  
 $\Rightarrow [BC] \equiv [B'C'] \Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'(LLL)$  ..... 1p